

7. RELAJACIÓN EXPONENCIAL

TAREA DE PREPARACIÓN

Nombre Estudiante: _____ Código: _____ Plan: _____
Fecha: _____

1. a) Muestre que el producto RC tiene unidades de tiempo si R está dada en ohmios y C en faradios.
2. a) Cuánto es la constante de tiempo si:
 $C = 50 \mu\text{f}$ $R = 10 \text{M}\Omega$; $C = 50 \mu\text{f}$ $R = 1 \text{K}\Omega$; $C = 10\text{nf}$ $R = 10 \text{K}\Omega$
b) ¿Con qué instrumento mediría Ud. cada uno de los tiempos encontrados en la respuesta anterior?
3. ¿En qué consiste el fenómeno de relajación exponencial en los sistemas físicos?
4. En el circuito de la figura 6.4, ¿Cuál es el papel de la señal cuadrada? ¿Cuál debe ser la frecuencia adecuada a ser utilizada, para cada uno de los tiempos calculados en el problema 1b?
5. Identifique cada una de las magnitudes físicas que Usted va a medir en este experimento. Cuáles son las magnitudes físicas descritas en la ecuación que describe el fenómeno físico

Explique claramente sus respuestas

7. RELAJACIÓN EXPONENCIAL

1. OBJETIVO

- Estudiar el fenómeno de relajación exponencial de sistemas físicos.
- Estudiar la respuesta exponencial con el tiempo de la carga en las placas del condensador, corriente en la resistencia, caídas de potencial en capacitancia y resistencia.
- Obtener un valor experimental de tiempo característico τ_C de un circuito RC.

2. MODELO TEÓRICO

Consideremos la figura 1a donde el condensador C se encuentra inicialmente descargado. Cuando el interruptor S se cierra, figura 1b, el condensador se carga hasta que su diferencia de potencial sea igual a V_C . Una vez que el condensador ha adquirido su carga, el interruptor conmuta a la posición 2, figura 1c, y el condensador se descarga a través de la resistencia R . Ni el proceso de carga, ni el proceso de descarga son instantáneos, requiriendo ambos un tiempo característico que depende del valor de C y del valor de R .

Cuando se cierra el interruptor, de la figura 6.1, en $t = 0$, la carga de la fuente de poder comienza a fluir instantáneamente por el circuito, se establece una corriente I , y el capacitor empieza a acumular esa carga, proceso al cual se llama cargar un condensador. Después de un tiempo $t \rightarrow \infty$ cuando el capacitor almacena el máximo valor de carga q_m , la cual depende de los valores \mathcal{E} de la fuente y la capacitancia C , y la corriente en el circuito es cero.

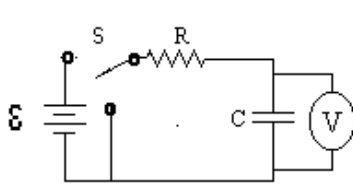


Figura 1a.

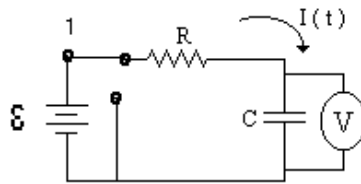


Figura 1b.

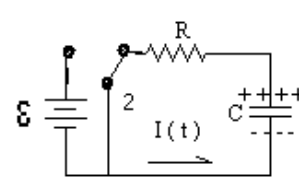


Figura 1c.

Figura 1. a) El capacitor C no tiene carga en sus placas. b) El interruptor S en $t=0$ pasa a la posición 1; para $t > 0$ el capacitor C acumula carga hasta un valor máximo. c) El interruptor se pasa a la posición 2, entonces el capacitor se descarga a través de la resistencia.

Cuantitativamente, por conservación de la energía, para la figura 1b:

7. RELAJACIÓN EXPONENCIAL

$$\varepsilon - Ri - \frac{q}{C} = 0 \quad \text{proceso de carga} \quad (1)$$

en donde Ri es la caída de potencial en la resistencia R y q/C la caída de potencial en el capacitor C . La carga $q(t)$ y la corriente $i(t)$ en un cierto tiempo t contado a partir del momento en que se cierra el interruptor están dadas por las siguientes expresiones, solución a la ecuación (1):

$$q(t) = q_m \left(1 - e^{-t/RC}\right) \quad (2)$$

$$i(t) = i_m e^{-t/RC} \quad (2')$$

donde $q_m = C\varepsilon$ es la carga máxima sobre las placas del capacitor, $i_m = q_m/RC$ es la corriente máxima; RC tiene unidades de tiempo, es conocida como la constante capacitiva de tiempo del circuito, τ_c , y representa el tiempo que le toma al capacitor alcanzar 0.63 veces su carga máxima q_m , ó también el tiempo que toma la corriente para decrecer hasta $1/e$ de su valor inicial I_m es decir:

$$q(t = \tau_c) = q_m \left(1 - e^{-1}\right) = 0.63q_m \quad (3)$$

$$i(t = \tau_c) = i_m e^{-1} = 0.37i_m \quad (3')$$

Una vez el capacitor C alcance su carga q_m el interruptor se pasa a la posición 2, figura 6.1c, proceso de descarga. Ese instante de tiempo lo llamamos ahora instante inicial ó $t=0$. Para $t < 0$ la carga es q_m . En el instante $t=0$ se establece una corriente que circula en dirección opuesta al proceso de carga y el capacitor se comienza a descargar a través de la resistencia R . La ecuación diferencial para este parte, conocido como proceso de descarga del capacitor la ecuación de movimiento está dada por:

$$Ri - \frac{q}{C} = 0 \quad \text{Proceso de descarga} \quad (4)$$

La carga $q(t)$ y la corriente $i(t)$ en cualquier instante de tiempo t a partir del momento en que se inicia la descarga del condensador están dados por las expresiones:

$$q(t) = q(t = 0)e^{-t/RC} \quad (5)$$

$$i(t) = -i(t = 0)e^{-t/RC} \quad (6)$$

La corriente en el proceso de descarga circula en dirección opuesta a la del proceso de carga, eso explica el signo menos en la ecuación (6). La evolución en el tiempo en el proceso de carga, ecuaciones (2) y (2'), y de descarga, ecuaciones (5) y (6) está representada en la figura 2:

La magnitud física mensurable es el voltaje, así que las expresiones (2), (2'), (5) y (6.6) quedan respectivamente expresadas en función de las caídas de voltaje en los elementos de circuito C y R para la carga y la descarga así:

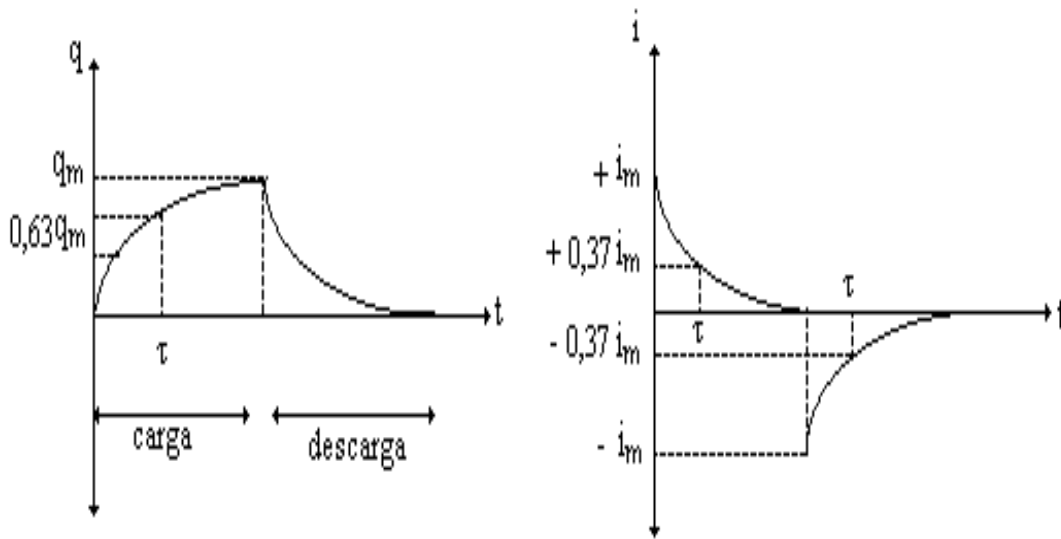


Figura 2. Dependencia exponencial con el tiempo de la carga q y la corriente i en un circuito serie RC.

$$V_C(t) = V_{C_{\max}} (1 - e^{-t/RC}) \quad (7)$$

$$V_R(t) = V_{R_{\max}} e^{-t/RC} \quad (8)$$

$$V_C(t) = V_{C_0} e^{-t/RC} \quad (9)$$

$$V_R(t) = -V_{R_0} e^{-t/RC} \quad (10)$$

En el proceso de carga (ó descarga) también podemos calcular el tiempo $t_{1/2}$ que gasta el circuito en alcanzar ó reducir a la mitad el valor de su carga máxima ó de su corriente y se encuentra en cualquier caso que:

$$t_{1/2} = \tau_C \ln 2 \quad (11)$$

Observemos también que podemos linealizar la ecuación (6.9) si sacamos a ambos miembros la función logaritmo natural \ln :

$$\ln(V_C(t)) = \ln(V_{C_0}) - \frac{\ln(e)}{\tau_C} t \quad (12)$$

Así $y = \ln(\mathbf{V}_c(\mathbf{t}))$ es una ecuación lineal con el tiempo, con pendiente negativa e igual al inverso de la constante de tiempo característica τ_c

3. DISEÑO EXPERIMENTAL

3.1 Materiales Y Equipo

1. Fuente de poder 50V_{DC}.
2. Voltímetro 0 → 50 V_{DC} (o multímetro digital)
3. Cronómetro
4. Capacitor de 10 a 40 μF a 50V y 1 a 10 nF
5. Resistencias de 300 K Ω , 1 M Ω , y 100 a 10k Ω
6. Interruptor y Cables de Conexión
7. Osciloscopio y/o computador y generador de señales

3.2 Método Experimental

Un capacitor almacena carga eléctrica q . La capacitancia C es la razón entre la carga en una de las placas del capacitor y la diferencia de potencial entre sus placas:

$$C = \frac{Q}{V} \geq 0 \quad \text{y dimensionalmente } 1\text{Faradio} = \frac{1\text{Coulomb}}{1\text{Voltio}} \quad (13)$$

La rapidez con que un capacitor almacena la máxima carga posible depende de la inercia del sistema representado en la resistencia eléctrica. El proceso de carga y descarga de un capacitor puede estudiarse si conocemos la caída de potencial en la resistencia, o en el capacitor y/o la corriente que circula por el circuito de acuerdo con lo encontrado en el modelo teórico. El circuito a estudiar consta de fuente de poder, interruptor, capacitor y resistencia conectados en serie. La rapidez de carga y descarga del capacitor depende de los valores numéricos de la resistencia total y de la capacitancia C . La magnitud física que se mide como función del tiempo es la caída de potencial entre las placas del condensador. Los detectores son un cronómetro y un voltímetro. Dependiendo del rango de valores a medir se usa un cronómetro manual y un voltímetro analógico, ó, un osciloscopio, o se toman los datos automáticamente con un detector de voltaje conectado a una interfaz que comunica con un computador. Su profesor el indicará que detectores utilizará en la práctica.

3.3 Montaje

1. Para el estudio de la carga y descarga de un capacitor, que nos permite conocer el valor de la capacitancia, monte el circuito de la figura 3.
2. Para el estudio de un circuito RC con un osciloscopio, como fem usaremos la señal onda cuadrada, detector de voltaje y tiempo el osciloscopio, de acuerdo con lo mostrado en la figura 4

3.4 Precauciones

- 3.4.1. Cuando opere con capacitores recuerde que son dispositivos que almacenan carga eléctrica, tienen una polaridad para conectar y una diferencia de potencial máxima de operación. De igual manera la resistencia en el circuito disipa calor por tanto debe verificar que la potencia eléctrica corresponde a la estimada.

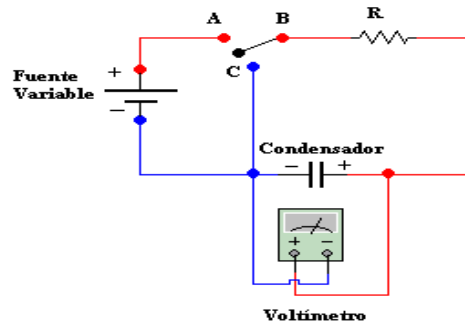


Fig. 3. Circuito serie para estudio de la Carga y Descarga del Capacitor. Interruptor entre posiciones AB corresponde al proceso de carga. Interruptor entre posiciones BC corresponde al proceso de descarga a través de la resistencia R.

- 3.4.2. Antes de tomar datos para carga, asegúrese de que el capacitor esté descargado totalmente. Para lograr esto conecte los dos terminales del capacitor entre si. Considere $t=0$ cuando cierra el interruptor ó lo cambia de posición A a C.
- 3.4.3. Cuando vaya a tomar los datos de descarga U_d . debe partir de la condición del capacitor con carga máxima. Tome el tiempo $t = 0$ cuando cambia la posición del interruptor.
- 3.4.4. Si es necesario repetir alguno de los procesos de medida, hágalo hasta obtener datos óptimos.

4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

4.1. Proceso de carga y descarga:

Verifique que el capacitor está totalmente descargado. Cuando cierre el interruptor se cierra, tome datos de la caída de potencial en el capacitor en función del tiempo (por lo menos 30 datos). Observe que en los primeros segundos debe tomar muchos datos. A medida que el condensador se carga la variación de V_C con el tiempo es más lenta, así que no necesita tomar muchos datos. Lleve sus datos a la tabla 1-Proceso de Carga.

- 4.2. Tome otros 30 datos una vez que el condensador haya alcanzado su carga máxima, y el interruptor pase entre las posiciones BC. Lleve sus mediciones a la tabla 1 – Proceso de Descarga

7. RELAJACIÓN EXPONENCIAL

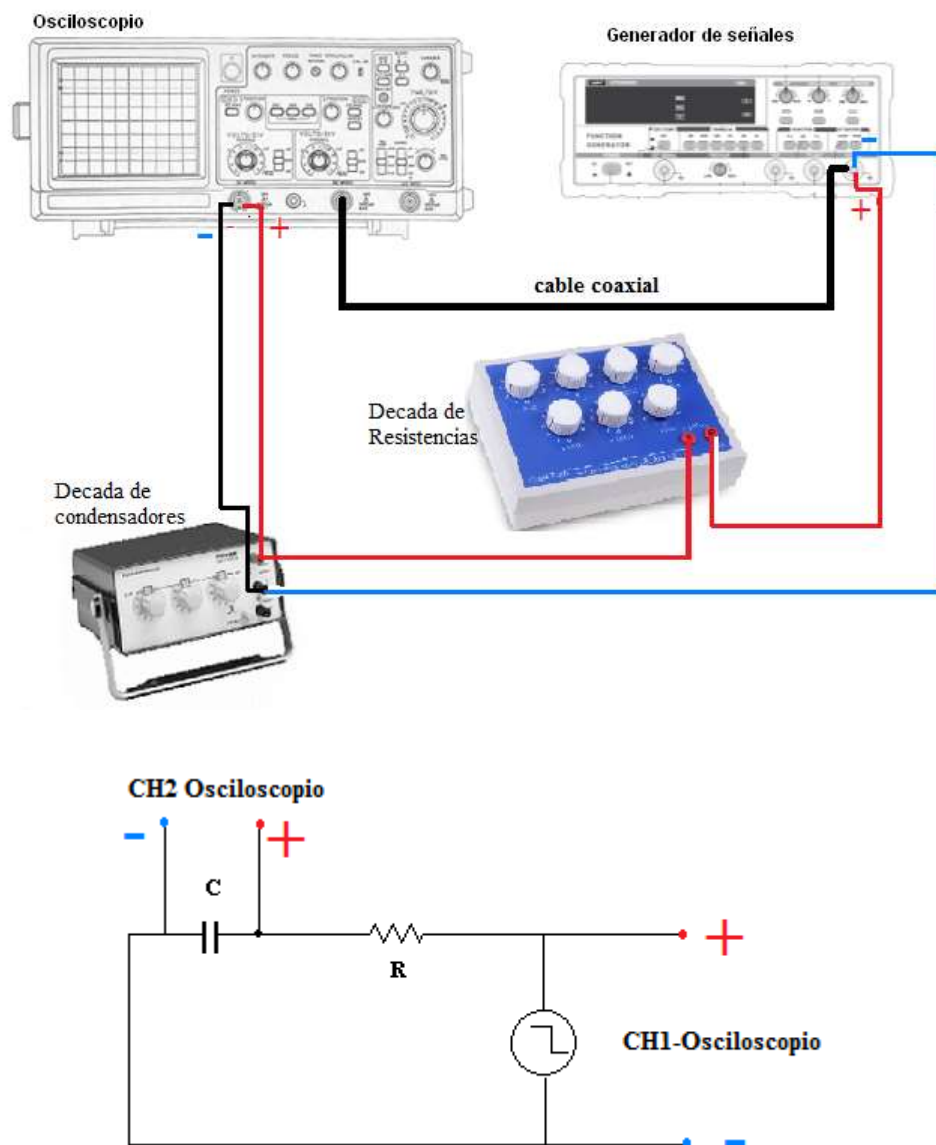


Figura 4. Circuito para determinación de la constante capacitiva de tiempo con ayuda de un osciloscopio.

- 4.3. MEDICIONES CON EL OSCILOSCOPIO:** Monte el circuito de la Fig. 6.4. Prenda osciloscopio y generador de señales. Escoja en el generador de señales la frecuencia de la señal cuadrada del generador de señales entre 500 y 1000 Hz y envíe la salida de señal a la entrada vertical del osciloscopio, canal CH1. Escoja la escala apropiada de período de diente de sierra tal que obtenga una señal cuadrada completa sobre la pantalla. *Pida al profesor el valor de la capacitancia y los valores de resistencias (mínimo 5) con la que debe trabajar.*
- 4.4.** Mande a los bornes del canal 2 (CH2) del osciloscopio la caída de potencial del condensador. Busque la escala apropiada para observar sobre la pantalla un período de

la señal en el condensador. Se debe ver la carga y descarga en el condensador. Varíe la resistencia y observe la señal sobre la pantalla.

- 4.5. Varíe la sensibilidad de la escala vertical (voltios) y la del barrido de tiempo horizontal tal que Ud. obtenga la señal de descarga barriendo la pantalla completa. Asegúrese que las escalas vertical y horizontal están en la posición de calibrado.
- 4.6. Sobre la pantalla del osciloscopio mida el tiempo $t_{1/2}$, esto es, el tiempo que gasta la señal en caer a la mitad de su valor en $t=0$, para cada uno de los valores de R (mínimo 5). Para esto varíe el voltaje de salida del generador de señales para que la señal de descarga barra la pantalla completa. Haga coincidir el inicio de la descarga con el extremo izquierdo superior de la escala en la pantalla del osciloscopio y la descarga completa se alcance en el extremo inferior derecho de la escala. Determine dónde la señal corta al eje de tiempos. Lea este tiempo sobre la escala y anótelos en su tabla de datos Tabla 2. Calcule para cada $t_{1/2}$ el valor de la constante de tiempo τ_C de acuerdo con la teoría, con su respectivo margen de error. Lleve sus datos a la Tabla 2.

5. ANÁLISIS Y CÁLCULOS:

- 5.1 Grafique sus datos de carga y de descarga de la Tablas 1; voltaje como función del tiempo, en papel lineal. A partir de las dos gráficas analice la curva obtenida de acuerdo con lo esperado por la teoría, ecuaciones (7) y (9)
- 5.2 Con el programa Origin, haga un ajuste no lineal (el mismo seguido con la práctica del osciloscopio) a los datos de carga y descarga de acuerdo con la ecuaciones 7 y 9. Encuentre la fem ϵ , τ_C , χ^2 para el ajuste de la curva de carga. Consígnelos en la Tabla 1. Encuentre V_{C0} , τ_C , χ^2 para la curva de descarga.
- 5.3 Grafique sus datos de descarga de la Tabla 1 como función del tiempo en papel semilogarítmico. Sino dispone de él, calcule el logaritmo natural para cada valor de V_C medido y grafique $\ln(V_C)$ como función del tiempo. Los datos deben dar una relación lineal, de acuerdo con la ecuación (12). Determine τ_C a partir de la pendiente de la gráfica, con el margen de error.
- 5.4 Relacione el valor de τ_C con la constante de tiempo RC dada en la teoría. Analice sus resultados
- 5.5 De los datos de la Tabla 2 grafique τ_C como función de R. Analice los resultados obtenidos y las técnicas usadas en la determinación de la constante capacitiva de tiempo. Calcule la pendiente y este valor experimental compárelo con el valor esperado.

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

- [1] **Física tomo II**, R. A. Serway, cap. 28, 3^{ra} edición. Editorial Mc. Graw Hill.
- [2] **Física**; P.A Tipler, Addison Wesley Iberoamericana

7. RELAJACIÓN EXPONENCIAL

TABLAS DE DATOS

Grupo de Practica: _____ Fecha: _____
 Nombres: _____ Código _____ Plan _____

TABLA 1 Proceso de carga y descarga

	CARGA		DESCARGA		
	t () \pm	V_c () \pm	t () \pm	V_{CD} () \pm	$\ln(V_{CD})$ \pm
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					
31					
32					
33					
34					
35					

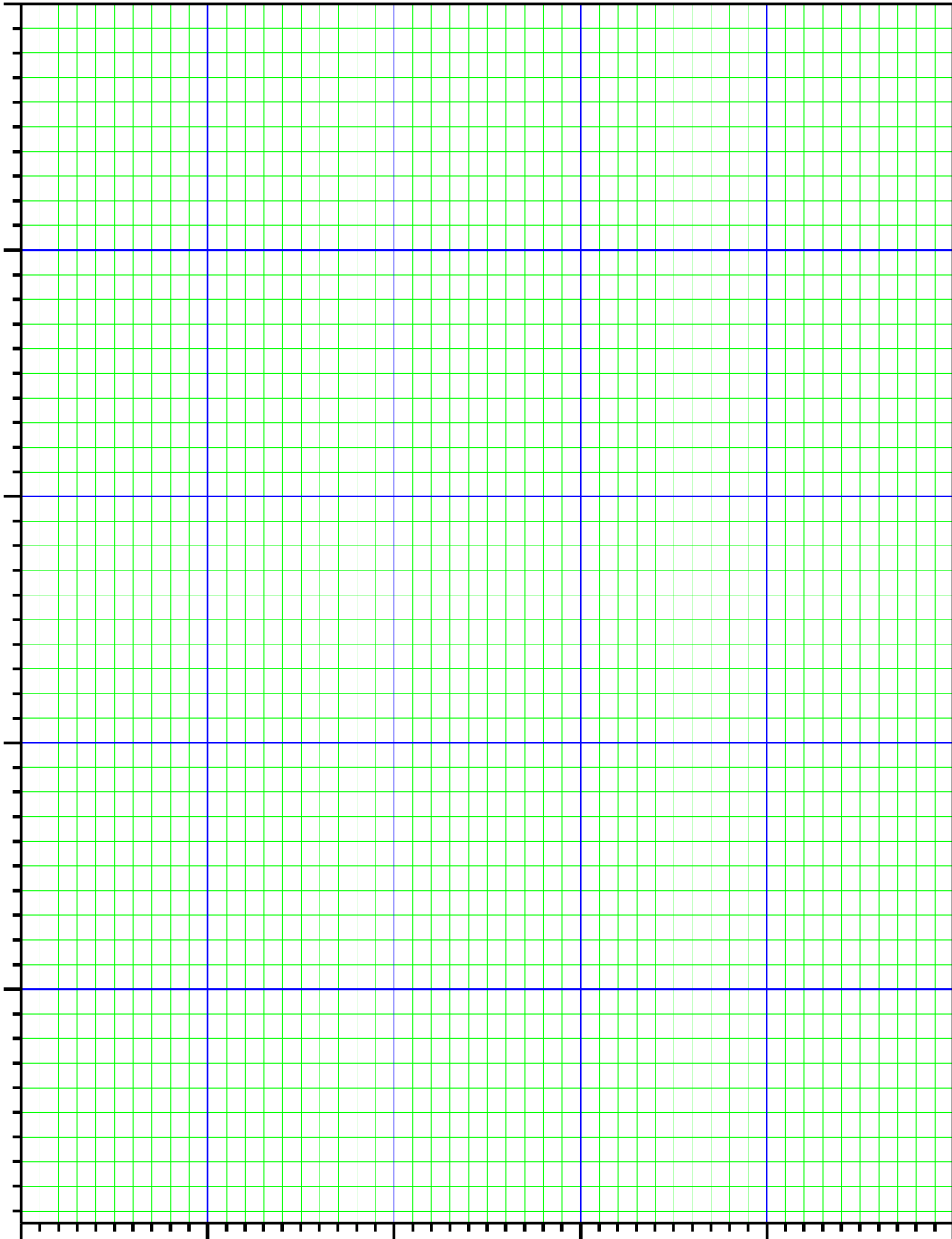
GUIA DE PRACTICAS DE ELECTROMAGNETISMO

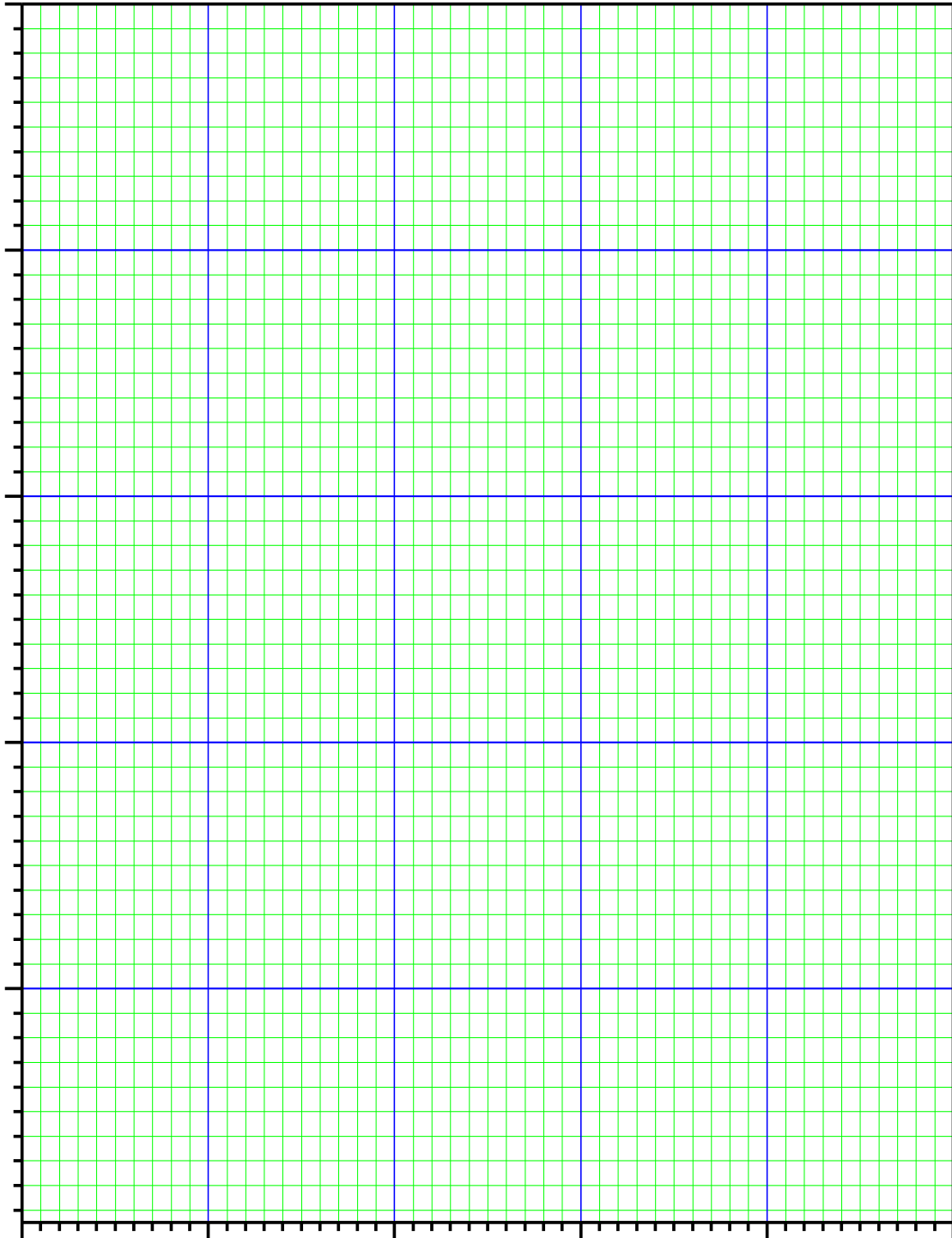
36					
37					
38					
39					
40					
41					
42					
43					
44					
45					
46					
47					
48					
49					
50					
$\tau_{\text{exp}} \text{ carga} =$		\pm	$m =$		\pm
			$\tau_{\text{exp}} \text{ descarga} =$		\pm
Datos Nominales:			Datos de los Ajustes de carga y descarga:		
$\epsilon =$		\pm	$\epsilon =$		$\chi^2 =$
$R_v =$		\pm	$\tau_{\text{exp}} \text{ carga} =$		
$C =$		\pm	$V_{C0} =$		$\chi^2 =$
$R =$		\pm	$\tau_{\text{exp}} \text{ descarga} =$		

TABLA 2 RC con osciloscopio:

$C =$ () \pm	$V_0 =$ () \pm	f señal cuadrada () \pm	T diente de sierra = () \pm
Datos:	R () \pm	$t_{1/2} \pm \Delta t_{1/2}$	$\tau \pm \Delta \tau$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
$m =$	\pm	$C =$	\pm

7. RELAJACIÓN EXPONENCIAL





7. RELAJACIÓN EXPONENCIAL

